

Прикладная эконометрика, 2015, 40 (4), с. 84–105.
Applied Econometrics, 2015, 40 (4), pp. 84–105.

И. А. Ацканов¹

Динамическая оптимизация инвестиционного портфеля с использованием парных копул на примере основных фондовых рынков Европы

Данная работа предлагает процедуру динамической оптимизации портфеля, составленного из фондовых индексов. Для оценки статистических характеристик активов используются SJC-копулы. Копулы позволяют численно оценить взаимосвязь доходностей финансовых инструментов и построить эффективный инвестиционный портфель. Характеристики активов меняются со временем, поэтому структура портфеля регулярно обновляется. Доходность полученного портфеля сравнивается с результатами традиционных методов. Предложенная методика оптимизации демонстрирует преимущество по ряду критериев. Дополнительно исследуется формирование портфеля с короткими позициями.

Ключевые слова: SJC-копулы; динамическая оптимизация портфеля; взаимозависимость доходностей активов; метод Монте-Карло; CVaR.

JEL classification: C15; C61; C63; G11.

1. Введение

Европу можно считать одним из наиболее продвинутых регионов в плане развитости отношений между странами, входящими в него. Отдельные европейские страны начали развивать экономическое сотрудничество еще в 1957 году с момента создания Европейского экономического сообщества. С тех пор множество мер было направлено на расширение состава стран-участников, укрепление и облегчение торговых отношений, формирование общих целей. Был сформирован ряд институтов для решения проблем членов Евросоюза.

По всей видимости, добровольное ограничение суверенитета в рамках вступления в Евро-союз несет для стран-членов определенные качественные преимущества. С другой стороны, и это стало видно в свете последнего долгового кризиса в Европе, излишняя «сплоченность» может привести к неблагоприятным последствиям. Подтверждение тому — долговой кризис в Европе, начавшийся в 2011 году.

Предметом настоящего исследования является взаимосвязь фондовых рынков и построение эффективного портфеля, учитывающего наличие такой взаимосвязи. Отталкиваясь от вышесказанного, можно предположить, что взаимосвязь фондовых рынков Европы не со-

¹ Ацканов Иссуф Алимович — УК «Атон-менеджмент», Москва; atskanov@gmail.com.

хранялась на каком-то постоянном уровне. Определенные этапы в ходе формирования Европейского союза могли способствовать изменениям в уровне взаимосвязи между европейскими странами и, как следствие, между их фондовыми рынками. Основными событиями, повлиявшими на взаимосвязь, могли быть вступление очередных стран в Евросоюз или переход на единую валюту. Данное исследование сначала проверяет факт такого изменения, а затем предлагает процедуру построения портфеля в условиях меняющейся взаимосвязи рынков. Дополнительно исследуется возможность формирования портфеля с короткими позициями.

На основе результатов предыдущих исследований одним из приемлемых вариантов для решения задач исследования представляются динамические копулы. Функция копулы заключается в построении совместного распределения двух и более случайных величин, причем главным преимуществом копулы является отсутствие ограничений на величины. Значения параметров копул, оптимизированные под конкретные данные, позволяют оценить уровень взаимосвязи между оцениваемыми случайными величинами.

Динамические копулы также позволяют построить оптимальный по соотношению риск/доходность портфель из фондовых индексов, учитывающий меняющуюся взаимосвязь между активами. В данном исследовании предполагается активное управление портфелем, использующее последние оценки уровня взаимосвязи для вычисления оптимальных весов активов. Динамика полученного портфеля будет сравниваться с динамикой аналогичных портфелей, построенных более традиционными методами.

Результаты исследования могут быть актуальны в первую очередь для управляющих фондами акций, имеющих позиции по активам в различных европейских странах. В дополнение, динамические копулы могут быть полезны для риск-менеджеров, т.к. позволяют численно оценивать риск отдельного актива и портфеля в целом на различных временных горизонтах.

Настоящая статья структурирована следующим образом. В разделе 2 приводится обзор основных работ, связанных с данной тематикой. В разделе 3 дано описание инструментов исследования и процедуры оптимизации портфеля, а раздел 4 содержит основные полученные результаты.

2. Обзор современной литературы по изучаемой проблеме

2.1. Оценка уровня взаимосвязи рынков с использованием копул

Основы моделирования копул достаточно подробно описываются в работах (Alexander, 2008; Cherubini et al., 2004; Trivedi, Zimmer, 2005; Nielsen, 2006). Применение копул для анализа временных рядов можно разделить на два направления: построение совместного распределения нескольких временных рядов (именно на нем фокусируется данное исследование) и оценка зависимости между последовательными наблюдениями одного временного ряда. Первое позволяет дать оценку взаимосвязи между временными рядами, которая используется в риск-менеджменте для моделирования риска портфеля, в частности, для подбора оптимальных весов активов в портфеле. Второе применение похоже на использование марковских процессов (более подробно см. (Lageras, 2010)).

При анализе нескольких временных рядов с использованием копулы можно выделить два разных способа, связанных со статическими и динамическими копулами. Статические ко-

пулы до сих пор используются некоторыми исследователями ввиду своей простоты — подробнее можно посмотреть в работах (Righi, Ceretta, 2013; Hu, 2003; Hu, 2008; Ning, 2009).

В ряде исследований (Embrechts, Dias, 2004; Hu, 2008; Ning, 2009) проведен анализ эффективности динамических копул по сравнению со статическими на различных фондовых рынках. Работа (Busetti, Harvey, 2011) предлагает тесты на неизменность параметра копулы в применении к доходностям акций. В целом все приходят к выводу, что оптимальные параметры копул меняются со временем, поэтому статические копулы уступают динамическим на длительных периодах в точности объяснения уровня взаимосвязи между временными рядами. Исключение можно найти в работе (Hu, 2008), где на примере рынка Китая во взаимосвязи с другими рынками показывается большая эффективность статической копулы. Данное исключение можно связать с закрытостью китайского фондового рынка для иностранных инвесторов.

Изменения в параметрах копул многие пытаются связать с определенными макроэкономическими событиями (Embrechts, Dias, 2004; Patton, 2006a). Patton (2006b) первым предложил обобщение теоремы Склара (Sklar, 1959) для условной копулы, параметры которой меняются с течением времени. Он выявил структурные изменения в зависимостях между немецкой маркой и йеной по отношению к американскому доллару и нашел им макроэкономическое обоснование. Основное структурное изменение происходит в момент введения единой европейской валюты. Помимо разных вариантов условной копулы, тестирование структурных изменений производилось также с помощью модели GARCH-BEKK. Обе модели прошли тест на структурный сдвиг на уровне значимости 5%, но GARCH-BEKK ошиблась на 10%-ном уровне значимости. Работа (Googerbergh, 2004), сравнивавшая копулы и различные вариации модели GARCH для оценки взаимосвязи, показала на примере рынков США, Великобритании и Франции преимущество различных модификаций копул над моделью DCC-GARCH, разработанной Engle (2002).

Было предложено несколько различных моделей, которые допускали изменение в параметрах копул с течением времени (Ignatieva, 2005; Mendes, 2005; Patton, 2006a, 2006b; Aloui et al., 2013). Так, Mendes (2005) разбивал данные на отдельные участки, Aloui et al. (2013) использовали движущееся окно в 250 наблюдений (примерное число рабочих дней в году). Ignatieva (2005) предложила более комплексный подход с использованием метода локального изменения (LCPD). В этом случае размер отдельных периодов, на которых оценивался оптимальный параметр копулы, подбирался с помощью теста на однородность данных. Подразумевалось, что если однородность отвергается, то наступает переломный момент, т. е. меняется параметр взаимозависимости. Тем не менее, из приведенных работ наиболее цитируемыми являются работы (Patton, 2006a, 2006b), предлагающие условную копулу. На ее основе были предложены и некоторые модификации, в частности псевдо-копулы (Fermanian, Wegkamp, 2004).

Копулы очень активно используются для анализа зависимостей глобальных фондовых и товарных рынков (например (Hu, 2003; Hu, 2008; Ning, 2009)). Ning (2009) пришла к выводу, что на рынках Европы и Азии зависимость меняется не только по общей интенсивности, но и по структуре (отдельно право- и левохвостовая зависимости). Подробнее про моделирование структурных изменений в корреляции см. (Mesfioui, Quessy, 2008). Ning (2009) также показала, что взаимовлияние фондовых рынков сильнее выражено внутри отдельного континента, чем на разных континентах. Похожий результат есть у Hu (2008), который отметил влияние географического расстояния между странами на взаимосвязь их фондовых рынков.

Однако в рамках данной работы более интересны исследования, сфокусированные на взаимосвязи фондовых рынков Европы (Bartram et al., 2007; Ciprian, 2010; Allen et al., 2010; Philippas, Siriopoulos, 2013; Kenourgios et al., 2009; Dajcman, 2013). Так, Bartram et al. (2007) использовали модель GJR-MA-t с нормальной копулой, чтобы показать структурное изменение в поведении основных европейских рынков еще в начале 1998 года, когда только объявили о странах, переходящих на единую валюту. Авторы, однако, оценивали взаимосвязь фондовых индексов стран не между собой, а с общим европейским фондовым индексом (и дополнительно с SnP-500), поэтому их исследование не решает полностью проблему, рассматриваемую в настоящей статье. Ciprian (2010) оценивал взаимосвязь четырех европейских стран (Чехия, Венгрия, Польша и Румыния) через динамическую корреляцию их национальных валют по отношению к евро за 1999–2010 годы с использованием SJC-копулы. Он отмечает польский злотый как валюту (этих стран), наиболее зависимую от евро. В работе (Philippas, Siriopoulos, 2013) рассматривается взаимосвязь европейских стран через взаимосвязь их рынков облигаций. Авторы концентрируют внимание на Греции, Нидерландах, Германии, Италии, Испании, Португалии и Франции. Была обнаружена связь в период угрозы дефолта Греции между греческими облигациями и рынками облигаций в Германии, Нидерландах и Франции, а остальные рассматриваемые рынки облигаций не продемонстрировали сильной подверженности проблемам Греции.

Allen et al. (2010) исследуют 12 развивающихся рынков Центральной и Восточной Европы. В отличие от приведенных выше работ, они используют простой коэффициент корреляции и модель GARCH, чтобы показать влияние факта вступления страны в Евросоюз на степень взаимозависимости ее фондового рынка с другими европейскими рынками. Примеры Венгрии, Чехии и Польши подтверждают эту гипотезу, т. к. эти страны имеют наиболее развитые рынки из рассмотренных стран. Kenourgios et al. (2009) оценили взаимосвязь акций и облигаций внутри каждого рынка после введения европейской валюты и вступления в Евросоюз, используя модель AG-DCC. Они отмечают повышение уровня взаимосвязи внутри каждого рассмотренного рынка после этих событий. Dajcman (2013) использует вейвлет-анализ для оценки взаимосвязи рынков Германии, Франции, Великобритании и Австрии в разных масштабах данных. Первые три рынка демонстрируют выраженную взаимосвязь на краткосрочных и среднесрочных периодах, австрийский рынок более независим. На долгосрочных периодах (доходность за полгода) взаимосвязь остается видимой только для Германии и Франции.

2.2. Оптимизация портфеля активов

Обзор литературы логично начать с основополагающей статьи Марковица по оптимизации портфеля (Markowitz, 1952). В ней была разработана процедура оценки рисков активов через стандартное отклонение их доходности и построения портфеля исходя из этих рисков, ожидаемой доходности и корреляции между активами. Используя эти характеристики, можно составить эффективную границу портфеля активов, предлагающую разные допустимые комбинации риска и доходности, в том числе подобрать оптимальный портфель по соотношению риск/доходность. Основная критика работы (Markowitz, 1952) направлена на использование стандартного отклонения актива как основной меры риска. Все три меры (ожидаемая доходность, стандартное отклонение, матрица корреляций), используемые для построения эффективного портфеля, предполагают, что доходности распределены нормально, тем самым

эти три меры являются константами, что не имеет места в действительности. Одним из недостатков этой работы можно также считать ограничение на открытие коротких позиций в портфеле. Эта проблема решается позднее в (Jacobs et al., 2005), где изучается возможность дополнения портфеля короткими позициями при накладывании определенных ограничений.

Альтернативной мерой риска, рекомендуемой Базельским комитетом в качестве стандарта, является коэффициент Value-at-Risk (VaR), который, однако, часто подвергается критике. Так, Artzner et al. (1999) отмечают, что данный показатель не отвечает требованию субаддитивности (риск комбинации активов не превышает суммы их рисков по отдельности). В работе (Kakouris, Rustem, 2014) отмечается, что VaR не является выпуклой мерой риска, тем самым он может иметь несколько локальных экстремумов, что усложняет процесс оптимизации портфеля. Вдобавок, VaR никак не учитывает толщину хвостов распределения, поэтому оценка возможного риска может быть далека от реальности даже для высоких уровней значимости. Уместной альтернативой, которая также будет использоваться в данном исследовании, можно считать CVaR, рассмотренный в работах (Rockafellar, Uryasev, 2000, 2002) как более «качественная» (по сравнению с VaR) мера риска. CVaR — это в сущности ожидаемые убытки в случае, если значение VaR будет превышено. Таким образом, CVaR позволяет учитывать «толстые хвосты» распределения случайной величины.

Согласно (Rockafellar, Uryasev, 2002) оценка CVaR требует формулировки предположения о распределении активов, формирующих портфель. Аналогично (Kakouris, Rustem, 2014), в данном исследовании CVaR будет оцениваться через совместное распределение доходностей индексов, построенное на основе многомерной копулы. В работе (Kakouris, Rustem, 2014) отмечается несостоятельность использования нормальной копулы, т.к. она подразумевает симметричность, т.е. потенциальные убытки равны потенциальным прибылям (что, по мнению авторов, нереалистично), и предлагается использовать архимедовы копулы, которые допускают асимметричность. Данное исследование в решении этого вопроса будет использовать копулу Клейтона, уделяющую особое внимание взаимосвязи именно отрицательных доходностей, что позволит более точно учитывать возможные риски. Kakouris, Rustem (2014) сравнивают результаты своей оптимизации с классическим вариантом оптимизации портфеля по Марковицу и показывают, что их метод приносит большую доходность.

Deng et al. (2001) также используют меру риска CVaR для оптимизации портфеля, но останавливаются на использовании копулы Стюдента. Ortobelli et al. (2012) применяют ассиметричную копулу Стюдента и предлагают свою процедуру для оптимизации портфеля. В работе (Bai, Sun, 2007) используются архимедовы копулы для формирования портфеля из трех активов. Авторы также измеряют риск портфеля с помощью CVaR и получают необходимые для формирования оптимального портфеля сценарии с помощью метода Монте-Карло.

3. Методика исследования и данные

3.1. Данные

Выборка включает ежедневные значения основных фондовых индексов 21 европейской страны: Австрия, Бельгия, Хорватия, Чехия, Германия, Дания, Финляндия, Греция, Ирландия, Италия, Люксембург, Нидерланды, Норвегия, Португалия, Швейцария, Польша, Великобритания, Швеция, Венгрия, Франция и Испания. Рассматриваемый период — 1993–2013 гг.

Учитывая, что дневные цены внутри периода доступны не по всем 21 индексам, необходимо было синхронизировать данные по датам.

После синхронизации дневные значения цен трансформируются в дневные доходности посредством формулы:

$$r_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1, \quad (1)$$

где P_t — значение фондового индекса в день t , r_t — доходность фондового индекса в день t .

3.2. Методика оценки взаимосвязи и проверки основной гипотезы

Построение динамической копулы можно разбить на два этапа:

- 1) построение предельных равномерных распределений доходностей индексов;
- 2) построение совместного распределения с помощью копулы на основе полученных на первом этапе предельных равномерных распределений доходностей индексов.

Для построения предельных равномерных распределений доходностей активов в данном исследовании, как и во многих упомянутых выше, используются модель AR для условного среднего и модель GJR-GARCH для дисперсии:

$$r_t = c + \mu r_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (2)$$

$$h_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 I\{\varepsilon_{t-1} > 0\}. \quad (3)$$

На основе оценок (2) и (3) для каждого индекса строится равномерное распределение:

$$z_t = \frac{\varepsilon_t}{h_t} \sim i.i.d. \quad (4)$$

Получив предельные распределения по каждому индексу, можно приступить к построению попарных совместных распределений. Распределения далее используются для проверки гипотезы об изменении взаимосвязи между рынками.

Отбираются несколько ключевых дат: введение евро (2000–2004), вступление очередной группы стран в Евросоюз (2004), объединение бирж Дании, Швеции и Финляндии (2002–2004). Для тестирования используется регрессия:

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (5)$$

где ε_t — белый шум, $E(\varepsilon_t) = 0$, $E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2$.

Выдвигается нулевая гипотеза:

$$H_0: \rho = 1, \quad t = 1, \dots, T, \quad (6)$$

где T — размер выборки.

Альтернативная гипотеза подразумевает резкий рост уровня взаимосвязи:

$$H_1: \begin{cases} \rho_t = 1, & t = 1, \dots, [\tau T], \\ \rho_t > 1, & t = [\tau T] + 1, \dots, T, \end{cases} \quad (7)$$

где $[\tau T]$ — «переломный» момент ($\tau < 1$).

Для проверки гипотезы будет использоваться модифицированная статистика из (Busetti, Taylor, 2004), описанная также в (Homm, Breitung, 2012; Homm, 2012):

$$BT_{\tau} = \frac{1}{s_0^2(T - [\tau T])^2} \sum_{t=T-[\tau T]}^T (y_t - y_{t-2})^2, \quad (8)$$

где s_0^2 — дисперсия тестируемого временного ряда.

Тест на наличие «переломного» момента на интервале $[0, 1 - \tau_0]$, где $\tau_0 \in [0, 0.5]$, использует супремум-статистику

$$\sup BT(\tau_0) = \sup_{\tau \in [0, 1 - \tau_0]} BT_{\tau}.$$

При $\tau_0 = 0$ правая граница интервала соответствует моменту времени T . Левая граница интервала соответствует моменту времени 1.

Асимптотическое распределение (при больших T) максимального значения BT_{τ} , отвечающего предполагаемой дате перелома $[\tau T]$, дается следующей формулой:

$$\sup BT(\tau_0) \rightarrow \sup_{\tau \in [0, 1 - \tau_0]} \left((1 - \tau)^2 \int_{\tau}^1 W^2(1 - r) dr \right), \quad (9)$$

где \rightarrow обозначает слабую сходимость, а $W(\cdot)$ — винеровский процесс.

Если значение статистики больше критического, то нулевая гипотеза (6) отвергается в пользу альтернативной (7), т. е. имеет место усиление взаимосвязи.

3.3. Методика построения оптимального портфеля на основе копул

Данная часть исследования проводится только на 10 индексах для снижения числа вычислений. Это фондовые индексы следующих стран: Австрия, Бельгия, Франция, Германия, Ирландия, Италия, Нидерланды, Польша, Великобритания, Испания. В качестве меры риска будет использоваться показатель CVaR вместо дисперсии.

Опишем процедуру оптимизации инвестиционного портфеля с помощью копул (на ежемесячной основе).

1. На текущий момент рассчитываются предельные распределения фондовых индексов. Для момента времени T используются только данные, предшествующие этому моменту, чтобы симулировать процесс управления портфелем, когда нет полной информации о будущем.

2. Вычисляется текущая матрица ранговой корреляции фондовых индексов.

3. С помощью копулы производится 10 000 симуляций Монте-Карло. Симуляции позволяют получить сценарии доходностей индексов и производить по ним дальнейшие вычисления.

4. Методом Монте-Карло получают ожидаемая доходность каждого актива и оценка его риска по значению коэффициента CVaR.

5. Строится эффективная граница портфеля путем минимизации общего портфельного CVaR при желаемом уровне портфельной доходности k :

$$\min(CVaR): E(R_p) = \sum_{i=1}^{10} w_i E(R_i) = k; \quad \sum_{i=1}^{10} w_i = 1, \quad w_i \geq 0 \quad \forall i \in [1, 10], \quad (10)$$

где R_i — доходность актива i .

Поскольку дополнительно будет строиться портфель с короткими позициями, для него необходимо составить другую задачу оптимизации. Используется один из методов, предложенных в работе (Jacobs et al., 2005) — каждый актив дублируется с противоположной доходностью. Таким образом, портфель составляется из 10 оригинальных активов и 10 «фиктивных» активов с противоположной доходностью:

$$\begin{aligned} \min(CVaR): E(R_p) &= \sum_{i=1}^{10} (w_i - \tilde{w}_i) E(R_i) = k; \\ \sum_{i=1}^{10} (w_i + \tilde{w}_i) &= 2; \quad 1 \geq w_i, \tilde{w}_i \geq 0 \quad \forall i \in [1, 10]. \end{aligned} \quad (11)$$

Далее соответствующие веса оригинального и «фиктивного» актива складываются, чтобы получить чистую позицию оригинального актива в портфеле.

6. Из полученной границы эффективного портфеля в качестве оптимального выбирается портфель с максимальным отношением доходность/риск:

$$\max \frac{E(R_p^W)}{CVaR_p^W}, \quad (12)$$

где $E(R_p^W)$ и $CVaR_p^W$ — это, соответственно, ожидаемая доходность и риск портфеля W из множества портфелей, полученных на предыдущем шаге.

7. Веса оптимального инвестиционного портфеля используются в торговой стратегии.

8. Поскольку предполагается активное управление портфелем, такая процедура проводится ежемесячно. Дополнительно приводятся результаты для горизонтов инвестирования в квартал, полгода и год.

Чтобы показать, что такая процедура является разумной, доходность торговой стратегии будет сравниваться с доходностью следующих двух вариантов портфелей:

- 1) средневзвешенный портфель из 10 фондовых индексов;
- 2) портфель, оптимальный по Марковицу.

Во втором варианте процедура построения аналогична процедуре оптимизации по купулам, но вместо показателя CVaR используется дисперсия.

Далее все три портфеля будут сравниваться по следующим показателям эффективности:

- среднегодовая доходность

$$Annualized Return = \left(\frac{PPrice_{end}}{PPrice_{start}} \right)^{\frac{365}{T}}, \quad (13)$$

где $PPrice_{start}$ и $PPrice_{end}$ — стоимости инвестиционного портфеля на начало и конец тестового периода соответственно, T — общее число дней под управлением (включая выходные и праздничные дни);

- максимальное снижение общей стоимости инвестиционного портфеля за период:

$$MaxDrawDown = \min_i \left(\frac{PPrice_i}{\max_{j<i} (PPrice_j)} - 1 \right), \quad (14)$$

где $PPrice_i$ — цена портфеля в момент времени $i \in [1, T]$, $\max_{j<i} (PPrice_j)$ — максимальная цена портфеля за все время, предшествующее i ;

- коэффициент Шарпа без альтернативных вложений:

$$SharpeRatio = \frac{E(PRet)}{\sqrt{\text{Var}(PRet)}}, \quad (15)$$

где $E(PRet)$ и $\sqrt{\text{Var}(PRet)}$ — это, соответственно, среднее значение и стандартное отклонение доходности портфеля;

- коэффициент Gain-to-Pain психологической комфортности торговой стратегии:

$$GainToPain = \frac{Annualized\ Return}{MaxDrawDown}. \quad (16)$$

Данный набор коэффициентов, за исключением последнего, является стандартным для оценки торговой стратегии. Однако последний коэффициент представляется весьма полезным, т. к. позволяет управляющему понять, будет ли стратегия осуществима для него с психологической точки зрения. Если максимальное падение портфеля (стрессовый фактор) значительно превышает его среднюю доходность (фактор, смягчающий стресс), управляющий, по всей видимости, найдет такую стратегию некомфортной. Коэффициент Gain-To-Pain лучше коэффициента Шарпа в том смысле, что скачки в стоимости портфеля увеличивают его вариацию, и, следовательно, снижают коэффициент Шарпа, что скорее не несет в себе новой информации, а наоборот искажает ее. Коэффициент Gain-To-Pain от таких скачков снижаться не будет, т. к. реагирует только на снижения в стоимости. Более подробно о нем можно прочитать в монографии (Fitschen, 2013).

4. Результаты эмпирического исследования

4.1. Изменение уровня взаимосвязи в период перехода на евро

Переход на единую европейскую валюту начался в январе 1999 года с безналичных расчетов. Переход на наличные расчеты и извлечение из оборота национальных валют участников монетарного союза были осуществлены только в 2002 году. Таким образом, для проверки гипотезы об изменении уровня взаимосвязи между европейскими странами необходимо провести тест (Buseti, Taylor, 2004) с расширением временных рамок на период 1997–2006 гг.

Каких-то значительных изменений в уровне взаимосвязи между странами в 1999–2000 гг. не наблюдалось. Значимые изменения наступают в периоде с 2001 по 2003 год, когда национальные валюты участников монетарного союза были выведены из обращения, и оста-

лось только евро. Конкретные даты в скачках уровней взаимосвязи можно найти в Приложении (табл. 3).

Страны, участвовавшие в монетарном союзе с самого начала — это Австрия, Бельгия, Германия, Ирландия, Испания, Люксембург, Нидерланды, Португалия, Финляндия, Франция (к списку можно добавить Грецию, которая перешла на евро в 2001 году). Как видно из табл. 3 (в Приложении), уровень взаимосвязи менялся в основном именно у этих стран. Наибольшее число изменений было выявлено для Ирландии, Бельгии, Австрии, Финляндии, Люксембурга. Более крупные рынки типа Германии, Франции, Испании и Италии уже имели достаточно высокий уровень взаимосвязи до событий, связанных с переходом на евро, и по всей видимости поэтому модифицированный тест (Busetti, Taylor, 2004) не выявил каких-то значительных подвижек в уровне ранговой корреляции.

Таким образом, по результатам тестирования было выявлено изменение уровня взаимосвязи для большинства европейских стран, изначально принявших участие в переходе на единую валюту.

4.2. Изменение уровня взаимосвязи стран при вступлении в Евросоюз

Эффект от вступления отдельных стран в Евросоюз на степень взаимосвязанности их рынков из-за ограниченности данных можно проверить только для мая 2004 года. В этот период к Евросоюзу присоединилась большая группа: Венгрия, Кипр, Латвия, Литва, Мальта, Польша, Словакия, Словения, Чехия, Эстония. Из этих стран только три попадают в итоговую выборку исследования — это страны с относительно крупными и развитыми фондовыми рынками: Польша, Чехия и Венгрия. Остальные страны отсеялись на этапе подбора выборки либо из-за недостаточности данных, либо из-за низкого общего уровня взаимосвязи с остальными. Тест (Busetti, Taylor, 2004) проверялся на периоде 2003–2006 гг.

Страны, фондовые рынки которых за этот период стали более взаимозависимыми с рынками других стран — это Финляндия, Польша, Чехия, Венгрия, Дания и Швеция. Усиление взаимосвязи рынков Финляндии, Швеции и Дании объясняется объединением их бирж в этот период, что подразумевает более удобные условия для инвесторов по размещению активов в разных странах. Подробнее даты роста взаимосвязи можно посмотреть в Приложении (табл. 4).

4.3. Формирование оптимального портфеля из фондовых индексов

Последняя часть исследования посвящена построению оптимального портфеля по соотношению доходность/риск. Для оценки риска и ожидаемой доходности используются динамические параметры копулы, вычисленные на предыдущем этапе исследования. Риск портфеля выражен в значении коэффициента CVaR. На ежемесячной основе коэффициент CVaR оценивается с помощью метода Монте-Карло по копуле с соответствующим параметром. Такой метод генерирует множество различных сценариев доходностей индексов, учитывая их взаимосвязь, определяемую копулой. На основе этих сценариев, помимо CVaR, считаются также ожидаемые доходности. С учетом полученных значений формируется эффективная граница портфеля, и на ней выбирается портфель с максимальным значением отноше-

ния доходность/риск. Строятся два варианта портфеля: 1) только с длинными позициями; 2) с длинными и короткими позициями.

Полученный оптимальный портфель только с длинными позициями сравнивается по нескольким показателям со средневзвешенным портфелем из этих 10 выбранных индексов и с таким же портфелем, оптимизированным по Марковицу. Портфель Марковица также обновляется на ежемесячной основе для более точного сравнения с портфелем CVaR. Портфель CVaR с длинными и короткими позициями сравнивается с точно таким же форматом портфеля, оптимизированном по Марковицу. Далее приводятся результаты для двух форматов портфелей.

На рисунке 1 представлена динамика стоимости трех портфелей только с длинными позициями на периоде 1996–2013 гг. Как видно из графика, портфель, построенный по оценке риска через копулы, приносит наибольшую доходность среди рассматриваемых портфелей. Портфель, оптимизированный по Марковицу с оценкой риска через дисперсию, демонстрирует несколько бóльшую доходность, чем средневзвешенный портфель, но генерирует примерно лишь половину дохода портфеля, оптимизированного с помощью копул.

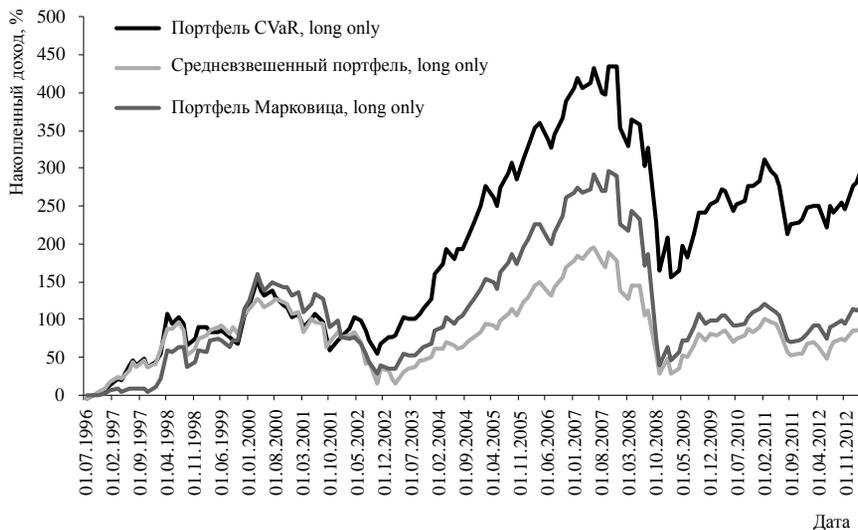


Рис. 1. Динамика изменения стоимости портфелей только с длинными позициями

В таблице 1 приведены показатели эффективности управления портфелем только с длинными позициями за весь период.

Таблица 1. Показатели эффективности управления по стратегиям только с длинными позициями

Показатель	Портфель CVaR копула	Портфель по Марковицу	Средневзвешенный портфель
Среднегодовая доходность (%)	8.81	3.88	4.82
Максимальное снижение (%)	52	76	74
Коэффициент Шарпа	0.168	0.100	0.112
Коэффициент Gain-to-Pain	0.169	0.051	0.065

Как видно из таблицы, портфель, оптимизированный по копуле, выглядит лучше двух других исследуемых портфелей не только в терминах более высокой доходности, но и в терминах более низкого риска — меньше максимальное падение стоимости портфеля, больше коэффициенты Шарпа и Gain-to-Pain.

Если посмотреть на распределение весов в портфелях (рис. 2 и 3), можно увидеть значительную разницу между портфелем Марковица и портфелем, оптимизированным по копуле (CVaR). Веса в портфеле, оптимизированном по копуле, меняются относительно плавно — оборачиваемость портфеля составляет в среднем всего около 120% в год. Портфель, оптимизированный по Марковицу, напротив, выглядит весьма хаотично, никакой устойчивости

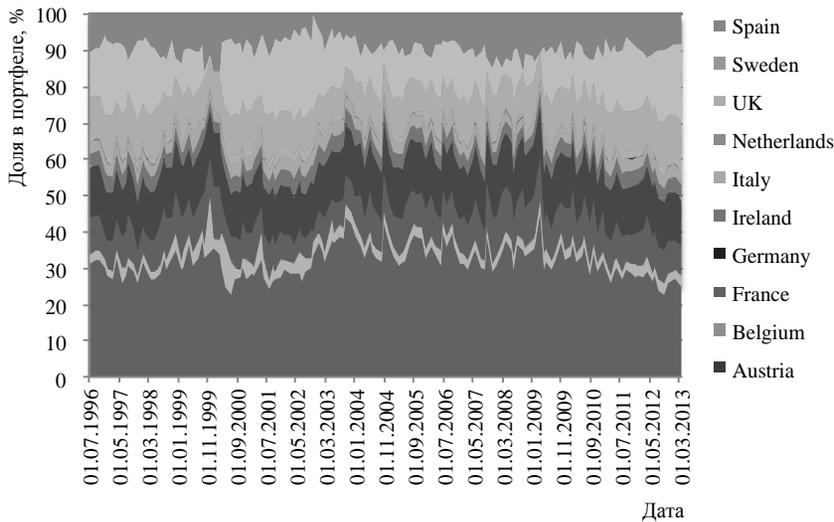


Рис. 2. Динамика изменения весов в портфеле только с длинными позициями, оптимизированном с помощью копул

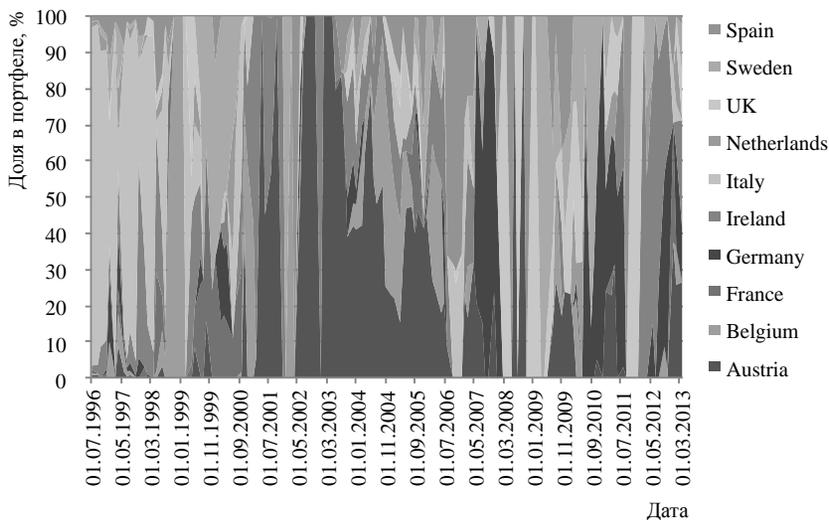


Рис. 3. Динамика весов в портфеле только с длинными позициями, оптимизированном с использованием классического подхода

в распределении весов между индексами не наблюдается. При этом оборачиваемость такого портфеля в среднем составляет 719% в год, что практически в 6 раз больше, чем оборачиваемость портфеля CVaR. Даже если бы портфель Марковица мог сравниться с портфелем CVaR по уровню доходности, он, очевидно, терял бы большую часть этой доходности на комиссиях за совершение многочисленных сделок по купле/продаже активов. На основе полученных результатов легко сделать вывод, что процедура оптимизации портфеля по Марковицу не может быть применима для активных стратегий с перераспределением весов на ежемесячной основе. С другой стороны, факт неустойчивости весов портфеля, оптимизированного по Марковицу, ставит под вопрос состоятельность такой процедуры даже для пассивных стратегий. Более тщательное изучение данного вопроса, однако, имеет слабое отношение к настоящему исследованию, поэтому не имеет смысла останавливаться на нем подробнее.

На рисунке 4 приведены результаты управления для портфеля с длинными и короткими позициями.

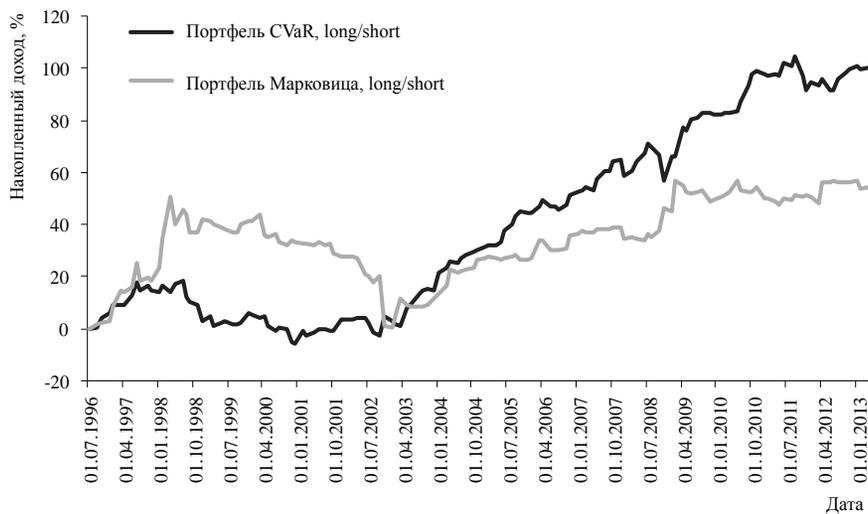


Рис. 4. Динамика изменения стоимости портфелей с длинными и короткими позициями

Как видно из рисунка, при снятии ограничений на короткие позиции методика с использованием CVaR все еще остается более эффективной в долгосрочной перспективе. Портфель Марковица выигрывает на отдельном участке с 1996 по 2002 год, но содержит высокий риск. В таблице 2 приводится сравнение портфелей по показателям.

Таблица 2. Показатели эффективности портфелей с длинными и короткими позициями

Показатель	Портфель CVaR копула	Портфель по Марковицу
Среднегодовая доходность (%)	4.2	2.6
Максимальное снижение (%)	20.4	33.3
Коэффициент Шарпа	1.86	0.90
Коэффициент Gain-to-Pain	0.2	0.07

Как видно из этой таблицы, все показатели эффективности портфеля CVaR превосходят показатели портфеля Марковица. Кроме того, портфели без ограничений на короткие пози-

ции позволяют получить менее волатильную доходность, чем портфели только с длинными позициями, о чем говорят более высокие коэффициенты Шарпа и Gain-to-Pain.

Полученные показатели рассчитывались для месячного горизонта инвестирования. Но в действительности результаты могут сильно различаться в зависимости от длины горизонта. В Приложении приведена табл. 5 с показателями эффективности для горизонтов инвестирования в квартал, полугодие и год. Как видно из этой таблицы, портфель Марковица демонстрирует бóльшую эффективность на горизонтах инвестирования в квартал и год по сравнению с портфелем CVaR на тех же горизонтах. Наибольшую эффективность портфель Марковица демонстрирует на горизонте в 1 год. Однако даже в этом случае показатели эффективности уступают портфелю CVaR с частотой инвестирования в месяц. На основе полученных результатов логично заключить, что портфель CVaR показывает бóльшую эффективность при сравнительно частом пересмотре структуры портфеля, в то время как портфель Марковица требует расширения горизонта инвестирования для повышения эффективности управления.

Таким образом, предлагаемая в исследовании процедура управления оказалась эффективнее классического подхода, предложенного Марковицем, при условии частого пересмотра структуры портфеля. Тем не менее, поскольку показатель комфортности управления (Gain-to-Pain) портфелем CVaR достаточно низкий (а для комфортности он должен превышать 1), не рекомендуется использовать данную стратегию в качестве единственного инструмента принятия решений. Это имеет еще больший смысл, если учитывать следующие факты по поводу разработанной процедуры.

1. Процедура подразумевает 100%-ное размещение средств в активы, поэтому портфель будет сильно терять в стоимости на падающих рынках. Во время падения рынка управляющие активами, как правило, стараются использовать денежные средства или другие более надежные (по сравнению с акциями) активы.

2. Процедура, по сути, не предлагает какого-то критерия по отбору активов, она лишь определяет оптимальный портфель из всех доступных активов. Управляющие активами, как правило, отбирают только часть из них по различным критериям, зависящим от стиля управления. Этот нюанс может давать им значительное преимущество по сравнению со стратегией.

Логично было бы использовать данную стратегию как дополнительный инструмент к навыкам профессионального управляющего. Сочетание предлагаемого статистического метода с опытом профессионала могут качественно улучшить доходность.

5. Заключение

Данное исследование посвящено использованию динамических копул для оценки взаимосвязи между фондовыми рынками Европы и построения оптимального портфеля европейских фондовых индексов. Проверялась гипотеза о росте уровня взаимосвязи между фондовыми рынками Европы при переходе европейских стран на единую валюту, при вступлении новой страны в Евросоюз и при объединении бирж разных стран. По результатам исследования удалось выявить следующее.

1. Большинство стран, перешедших на евро, демонстрировало рост взаимосвязи друг с другом в период с 2001 по 2003 гг., причем большая часть скачков в уровне взаимосвязи

происходила после 2002 года, когда евро был введен в наличное обращение. Это подтверждает результаты некоторых исследований, проведенных ранее.

2. Присоединение группы стран, среди которых Польша, Чехия и Венгрия, к Европейскому союзу в 2004 году сопровождалось ростом взаимосвязи их фондовых рынков с фондовыми рынками других стран Евросоюза.

3. Объединение бирж Дании, Швеции и Финляндии в 2002–2004 гг. также сопровождалось ростом взаимосвязи фондовых индексов этих стран между собой и с фондовыми индексами других европейских стран.

С практической точки зрения результаты, приведенные выше, могут пригодиться риск-менеджерам. В частности, если начнется очередной раунд присоединений стран к Евросоюзу, перехода на евро или объединения бирж, риск-менеджеры должны будут вкладывать в модель оценки риска портфеля с активами разных стран возможный рост взаимосвязи между фондовыми рынками стран, имеющих отношение к ситуации.

В работе предлагается процедура по активному управлению портфелем фондовых индексов (с точки зрения реализации более реалистично, что это будут фьючерсы на фондовые индексы). Результаты тестирования стратегии показывают, что использование копул и оценки риска с помощью коэффициента CVaR позволяют получить лучшие результаты управления, чем более традиционная оценка риска через дисперсию и уровня взаимосвязи через корреляцию. Однако это соблюдается только при условии относительно частого пересмотра структуры портфеля — при расширении горизонта инвестирования до года более традиционный подход начинает демонстрировать большую эффективность, хоть и не превосходит портфель CVaR с горизонтом инвестирования в месяц.

Полученная процедура, однако, не может быть единственным инструментом управления, т. к. представляется менее гибкой, чем работа профессионального управляющего портфелем ценных бумаг, но может стать полезным дополнением к набору инструментов профессионала, позволяя рассчитать оптимальные веса активов в портфеле.

Список литературы

Alexander C. (2008). *Market risk analysis. Volume 2: Practical financial econometrics*. UK, John Wiley and Sons.

Allen D. E., Golab A., Powell R. (2010). Volatility and correlations for stock markets in the emerging economies of Central and Eastern Europe: Implications for European investors. *Working Paper 1001*, Edith Cowan University. http://www.ecu.edu.au/__data/assets/pdf_file/0003/88473/SAFE-wp1001.pdf.

Aloui R., Hammoudeh S., Nguyen D. K. (2013). A time-varying copula approach to oil and stock market dependence: The case of transition economies. *Energy Economics*, 39, 208–221.

Artzner P., Delbaen F., Erber J. M., Heath D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9, 203–228.

Bai M., Sun L. (2007). Application of copula and copula-CVaR in the multivariate portfolio optimization. In: *ESCAPE'07 Proceedings of the First international conference on Combinatorics, Algorithms, Probabilistic and Experimental Methodologies*, 231–242.

Bartram M. S., Taylor J. S., Wang Y. H. (2007). The euro and European financial market dependence. *Journal of Banking & Finance*, 31 (5), 1461–1481.

- Busetti F., Taylor M. R. (2004). Tests of stationarity against a change in persistence. *Journal of Econometrics*, 123, 33–66.
- Busetti F., Harvey A. (2011). When is a copula constant? A test for changing relationships. *Journal of Financial Econometrics*, 9 (1), 106–131.
- Ciprian A. A. (2010). Analyzing asymmetric dependence in exchange rates using copula. *Master's thesis*, Academy of Economic Studies. <http://www.dofin.ase.ro/Working%20papers/Alupoai%20Alexie%20Alexie%20Alexie%20Alexie.dissertation.pdf>.
- Cherubini U., Luciano E., Vecchiato W. (2004). *Copula methods in finance*. UK, John Wiley & Sons.
- Dajcman S. (2013). Interdependence between some major European stock markets — A wavelet lead/lag analysis. *Prague economic papers*, 28–49.
- Deng L., Ma C., Yang W. (2001). Portfolio optimization via pair copula-GARCH-EVT-CVaR model. *Systems Engineering Procedia*, 2, 171–181.
- Embrechts P., Dias A. (2004). Dynamic copula models for multivariate high-frequency data in finance. *Working paper*, ETH-Zürich.
- Fermanian J. D., Wegkamp M. (2010). Time dependent copulas. *Journal of Multivariate Analysis*, 110, 19–29.
- Fitschen K. (2013). *Building reliable trading systems: Tradable strategies that perform as they backtest and meet your risk-reward goals*. New Jersey. John Wiley & Sons.
- Goorbergh R. (2004). A copula-based autoregressive conditional dependence model of international stock markets. *DNB Working Papers*.
- Homm U. (2012). Econometric analysis of financial risk and correlation. *Dissertation*, Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität. <http://hss.ulb.uni-bonn.de/2012/2989/2989.htm>.
- Homm U., Breitung J. (2012). Testing for speculative bubbles in stock markets: A comparison of alternative methods. *Journal of Financial Econometrics*, 10 (1), 198–231.
- Hu J. (2008). Dependence structures in Chinese and U.S. financial markets: A time-varying conditional copula approach. *MPRA Paper No. 11401*.
- Hu L. (2003). Dependence patterns across financial markets: A mixed copula approach. *Working Paper*. Ohio State University.
- Ignatieva E. (2005). Adaptive estimation of time varying copulae. *Master's thesis*, Humboldt University. <http://edoc.hu-berlin.de/master/ignatieva-ekaterina-2005-09-06/PDF/ignatieva.pdf>.
- Jacobs B., Levy K., Markowitz H. (2005). Portfolio optimization with factors, scenarios, and realistic short positions. *Operations Research*, 53 (4), 586–599.
- Kakouris I., Rustem B. (2014). Robust portfolio optimization with copulas. *European Journal of Operational Research*, 235, 28–37.
- Kenourgios D., Samitas A., Paltalidis N. (2009). Financial market dynamics in an enlarged European Union. *Journal of Economic Integration*, 24 (2), 197–221.
- Lageras N. A. (2010). Copulas for Markovian dependence. *Bernoulli*, 16 (2), 331–342.
- Markowitz H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7 (1), 77–91.
- Mendes B. V. (2005). Computing conditional VaR using time-varying copulas. *Revista Brasileira de Finanças*, 3 (2), 251–265.
- Mesfioui M., Quessy J. F. (2008). Dependence structure of conditional Archimedean copulas. *Journal of Multivariate Analysis*, 99, 372–385.

- Nelsen R. B. (2006). *An introduction to copulas. 2nd Edition*. New York, Springer Science and Business.
- Ning C. (2009). Extreme dependence in international stock markets. *Working Paper*, Ryerson University. <http://economics.ryerson.ca/workingpapers/wp008.pdf>.
- Ortobelli S., Biglova A., Rachev T., Stoyanov S. (2012). Portfolio selection based on a simulated copula. *Working Paper*, School of Economics and Business Engineering University of Karlsruhe and KIT.
- Patton A. J. (2006a). Modeling asymmetric exchange rate dependence. *International Economic Review*, 47 (2), 527–556.
- Patton A. J. (2006b). Estimation of multivariate models for time series of possibly different lengths. *Journal of Applied Econometrics*, 21 (2), 147–173.
- Philippas D., Siriopoulos C. (2013). Putting the «C» into crisis: Contagion, correlations and copulas on EMU bond markets. *International Financial Markets, Institutions and Money*, 27, 161–176.
- Righi M. B., Ceretta P. S. (2013). Estimating non-linear serial and cross-interdependence between financial assets. *Journal of Banking & Finance*, 37, 837–846.
- Rockafellar R. T., Uryasev S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2 (3), 21–41.
- Rockafellar R. T., Uryasev S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of Banking and Finance*, 26 (7), 1443–1471.
- Sklar A. (1959). Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris*, 8, 229–231.
- Trivedi P. K., Zimmer D. M. (2005). Copula modeling: Introduction for practitioners. *Foundation and Trends in Econometrics*, 1 (1), 1–111.

Приложение

Таблица 3. Увеличение взаимосвязи между странами попарно в период введения евро 1999–2002 гг.

Страна 1	Страна 2	Примерная дата скачка	Страна 1	Страна 2	Примерная дата скачка
Belgium	Austria	08-May-2001	Italy	Finland	16-Dec-2003
France	Austria	18-Dec-2002	Luxemburg	Finland	23-May-2003
Denmark	Austria	04-Jun-2002	Netherlands	Finland	18-Jul-1997
Finland	Austria	15-May-2002	Portugal	Finland	25-Aug-2000
Greece	Austria	28-Jun-2002	UK	Finland	05-Nov-2001
Ireland	Austria	15-May-2002	Sweden	Finland	12-Oct-2001
Luxemburg	Austria	14-May-2003	Hungary	Finland	03-Jul-2002
Netherlands	Austria	22-Jul-1997	Spain	Finland	06-Mar-2002
Portugal	Austria	16-Aug-2000	Ireland	Greece	28-Jun-2002
Switzerland	Austria	18-Apr-2002	Italy	Greece	25-Jun-2003
Poland	Austria	30-Aug-2002	Luxemburg	Greece	05-Jun-2003
UK	Austria	23-Jan-2002	Portugal	Greece	16-Aug-2000
Hungary	Austria	18-Mar-2002	Sweden	Greece	26-Feb-2002

Окончание табл. 3

Страна 1	Страна 2	Примерная дата скачка	Страна 1	Страна 2	Примерная дата скачка
Spain	Austria	19-Apr-2002	Spain	Greece	26-Feb-2002
France	Belgium	04-Apr-2002	Italy	Ireland	25-Jun-2004
Germany	Belgium	02-Mar-2000	Luxemburg	Ireland	29-Apr-2003
Finland	Belgium	10-May-2002	Netherlands	Ireland	07-Jun-1996
Greece	Belgium	07-Jun-2002	Portugal	Ireland	01-Aug-2000
Ireland	Belgium	30-Apr-2002	Switzerland	Ireland	19-Mar-2002
Italy	Belgium	24-Nov-2003	Poland	Ireland	04-Sep-2002
Netherlands	Belgium	23-Jul-1997	Sweden	Ireland	29-May-2002
Norway	Belgium	30-Jul-2003	Hungary	Ireland	16-Apr-2002
Portugal	Belgium	22-Mar-2000	Spain	Ireland	25-Apr-2002
Switzerland	Belgium	12-Nov-2001	Portugal	Italy	11-Apr-2002
UK	Belgium	25-Jan-2002	Spain	Italy	22-Apr-2002
Sweden	Belgium	22-Apr-2002	Portugal	Luxemburg	22-May-2002
Spain	Belgium	25-Apr-2002	Switzerland	Luxemburg	23-Apr-2002
Czech R.	France	16-Oct-2002	Poland	Luxemburg	13-Jun-2002
Finland	France	02-May-2002	UK	Luxemburg	15-Apr-2002
Greece	France	31-May-2002	Sweden	Luxemburg	29-Apr-2002
Ireland	France	30-Apr-2002	Hungary	Luxemburg	28-May-2002
Italy	France	17-Nov-2002	Spain	Luxemburg	08-May-2002
Luxemburg	France	09-May-2003	Norway	Netherlands	28-Apr-1999
Netherlands	France	10-Jun-1997	Sweden	Netherlands	15-Jan-2002
Switzerland	France	27-Mar-2002	UK	Norway	12-Mar-2002
UK	France	22-Jan-2002	Sweden	Norway	25-Apr-2002
Poland	Czech R.	29-Jul-2002	Poland	Portugal	14-Aug-2002
Finland	Germany	13-May-2002	UK	Portugal	23-Jan-2002
Greece	Germany	14-Jun-2002	Sweden	Portugal	22-May-2002
Ireland	Germany	26-Apr-2002	Hungary	Portugal	11-Apr-2002
Italy	Germany	28-Nov-2003	Spain	Portugal	16-Apr-2002
Luxemburg	Germany	13-May-2003	UK	Switzerland	24-Sep-2001
Netherlands	Germany	11-Jul-1997	Sweden	Switzerland	23-Apr-2002
Portugal	Germany	25-Aug-2000	UK	Poland	20-Aug-2002
Switzerland	Germany	25-Mar-2002	Sweden	Poland	25-Mar-2002
Spain	Germany	03-May-2002	Spain	Poland	18-Mar-2002
Ireland	Denmark	03-May-2002	Sweden	UK	25-Oct-2001
UK	Denmark	11-Dec-2001	Spain	UK	22-Jun-2001
Greece	Finland	10-Apr-2002	Spain	Sweden	08-May-2002
Ireland	Finland	15-May-2002			

Таблица 4. Даты увеличения уровня взаимосвязи между странами попарно в период присоединения очередной группы стран к Евросоюзу (2004 г.) и объединения бирж Дании, Швеции и Финляндии

Страна 1	Страна 2	Примерная дата скачка	Страна 1	Страна 2	Примерная дата скачка
France	Austria	28-Apr-2005	Italy	Finland	27-Nov-2005
Czech R.	Austria	05-Apr-2005	Luxemburg	Finland	22-Mar-2005
Poland	Austria	07-Jan-2005	Netherlands	Finland	11-Oct-2004
UK	Austria	21-Jun-2004	Norway	Finland	20-Apr-2005
Spain	Austria	18-Jun-2004	Switzerland	Finland	11-May-2004
Ireland	Belgium	19-Aug-2004	Poland	Finland	27-Oct-2004
Poland	Belgium	15-Oct-2004	UK	Finland	01-Apr-2004
Hungary	Belgium	16-Aug-2004	Sweden	Finland	21-Apr-2005
Czech R.	France	21-Feb-2005	Ireland	Greece	05-Oct-2004
UK	France	23-Feb-2004	Italy	Greece	25-Jul-2006
Hungary	France	23-Aug-2004	UK	Greece	17-May-2004
Germany	Czech R.	08-Feb-2005	Sweden	Greece	01-Oct-2004
Denmark	Czech R.	20-Aug-2004	Norway	Ireland	14-Jul-2006
Italy	Czech R.	29-Nov-2005	Spain	Ireland	25-Aug-2004
Luxemburg	Czech R.	10-Oct-2005	Poland	Italy	19-Oct-2004
Netherlands	Czech R.	30-Mar-2005	Hungary	Italy	23-Aug-2004
Hungary	Czech R.	23-Jan-2005	Poland	Luxemburg	24-Sep-2004
Denmark	Germany	28-Aug-2003	Sweden	Luxemburg	15-Jun-2004
Finland	Germany	22-Oct-2003	Poland	Netherlands	18-Jan-2005
Ireland	Germany	16-Aug-2004	UK	Netherlands	18-Feb-2004
Poland	Germany	17-Jan-2005	Sweden	Netherlands	07-Aug-2003
Sweden	Germany	14-Mar-2003	Switzerland	Norway	02-Jun-2004
Finland	Denmark	22-Aug-2003	Poland	Norway	01-Dec-2004
Luxemburg	Denmark	16-Feb-2005	Hungary	Norway	06-Aug-2004
Switzerland	Denmark	22-Sep-2003	Hungary	Poland	15-Sep-2004
Sweden	Denmark	11-Sep-2003	Spain	Poland	08-Sep-2004
Hungary	Denmark	02-Sep-2005	Sweden	UK	03-Mar-2004
Greece	Finland	14-Oct-2004	Spain	UK	26-Aug-2004
Ireland	Finland	11-Feb-2004	Spain	Hungary	24-Aug-2004

Таблица 5. Показатели эффективности управления по стратегиям только с длинными позициями

Показатель	Портфель CVaR копула	Портфель по Марковицу	Средневзвешенный портфель
<i>Горизонт инвестирования — квартал</i>			
Среднегодовая доходность (%)	5.12	6.55	4.20
Максимальное снижение (%)	56	50	55
Коэффициент Шарпа	0.09	0.09	0.09
Коэффициент Gain-to-Pain	0.09	0.13	0.08
<i>Горизонт инвестирования — 6 месяцев</i>			
Среднегодовая доходность (%)	5.55	2.68	4.55
Максимальное снижение (%)	55	70	55
Коэффициент Шарпа	0.09	0.04	0.07
Коэффициент Gain-to-Pain	0.10	0.04	0.08
Среднегодовая доходность (%)	5.55	2.68	4.55
<i>Горизонт инвестирования — год</i>			
Среднегодовая доходность (%)	4.95	7.91	4.95
Максимальное снижение (%)	43	56	43
Коэффициент Шарпа	0.07	0.06	0.07
Коэффициент Gain-to-Pain	0.11	0.14	0.11

*Поступила в редакцию 04.07.2015;
принята в печать 05.12.2015.*

Atskanov I. Dynamic optimization of an investment portfolio on European stock markets using pair copulas. *Applied Econometrics*, 2015, 40 (4), pp. 84–105.

Isuf Atskanov

Aton Asset Management, Moscow, Russian Federation; atskanov@gmail.com

Dynamic optimization of an investment portfolio on European stock markets using pair copulas

This paper proposes a procedure for dynamic optimization of an investment portfolio, consisting of stock market indices. SJC-copulas were used to assets statistical characteristics of assets. Copulas allow to measure interdependence between financial instruments, and to build an efficient investment portfolio. Since statistical characteristics of assets are changing with time, the structure of the portfolio is upgrading accordingly. The portfolio is then compared with two benchmarks in terms of return and risk. As a result the proposed procedure provides better performance. Also, the paper studies building a portfolio with short positions.

Keywords: SJC-copulas; dynamic portfolio optimization; asset returns interdependence; Monte-Carlo simulation; CVaR.

JEL classification: C15; C61; C63; G11.

References

- Alexander C. (2008). *Market risk analysis. Volume 2: Practical financial econometrics*. UK, John Wiley and Sons.
- Allen D. E., Golab A., Powell R. (2010). Volatility and correlations for stock markets in the emerging economies of Central and Eastern Europe: Implications for European investors. *Working Paper 1001*, Edith Cowan University. http://www.ecu.edu.au/_data/assets/pdf_file/0003/88473/SAFE-wp1001.pdf.
- Aloui R., Hammoudeh S., Nguyen D. K. (2013). A time-varying copula approach to oil and stock market dependence: The case of transition economies. *Energy Economics*, 39, 208–221.
- Artzner P., Delbaen F., Erber J. M., Heath D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9, 203–228.
- Bai M., Sun L. (2007). Application of copula and copula-CVaR in the multivariate portfolio optimization. In: *ESCAPE'07 Proceedings of the First international conference on Combinatorics, Algorithms, Probabilistic and Experimental Methodologies*, 231–242.
- Bartram M. S., Taylor J. S., Wang Y. H. (2007). The euro and European financial market dependence. *Journal of Banking & Finance*, 31 (5), 1461–1481.
- Busetti F., Taylor M. R. (2004). Tests of stationarity against a change in persistence. *Journal of Econometrics*, 123, 33–66.
- Busetti F., Harvey A. (2011). When is a copula constant? A test for changing relationships. *Journal of Financial Econometrics*, 9 (1), 106–131.
- Ciprian A. A. (2010). Analyzing asymmetric dependence in exchange rates using copula. *Master's thesis*, Academy of Economic Studies. <http://www.dofin.ase.ro/Working%20papers/Alupoaiei%20Alexie/alupoaiei.alexie.dissertation.pdf>.
- Cherubini U., Luciano E., Vecchiato W. (2004). *Copula methods in finance*. UK, John Wiley & Sons.
- Dajcman S. (2013). Interdependence between some major European stock markets — A wavelet lead/lag analysis. *Prague economic papers*, 28–49.
- Deng L., Ma C., Yang W. (2001). Portfolio optimization via pair copula-GARCH-EVT-CVaR model. *Systems Engineering Procedia*, 2, 171–181.
- Embrechts P., Dias A. (2004). Dynamic copula models for multivariate high-frequency data in finance. *Research paper*, ETH-Zürich.
- Fermanian J. D., Wegkamp M. (2010). Time dependent copulas. *Journal of Multivariate Analysis*, 110, 19–29.
- Fitschen K. (2013). *Building reliable trading systems: Tradable strategies that perform as they backtest and meet your risk-reward goals*. New Jersey. John Wiley & Sons.
- Goorbergh R. (2004). A copula-based autoregressive conditional dependence model of international stock markets, *DNB Working Papers*.
- Homm U. (2012). Econometric analysis of financial risk and correlation. *Dissertation*, Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität. <http://hss.ulb.uni-bonn.de/2012/2989/2989.htm>.
- Homm U., Breitung J. (2012). Testing for speculative bubbles in stock markets: A comparison of alternative methods. *Journal of Financial Econometrics*, 10 (1), 198–231.
- Hu J. (2008). Dependence structures in Chinese and U.S. financial markets: A time-varying conditional copula approach. *MPRA Paper No. 11401*.
- Hu L. (2003). Dependence patterns across financial markets: A mixed copula approach. *Working Paper*. Ohio State University.

- Ignatieva E. (2005). Adaptive estimation of time varying copulae. *Master's thesis*, Humboldt University. <http://edoc.hu-berlin.de/master/ignatieva-ekaterina-2005-09-06/PDF/ignatieva.pdf>.
- Jacobs B., Levy K., Markowitz H. (2005). Portfolio optimization with factors, scenarios, and realistic short positions. *Operations Research*, 53 (4), 586–599.
- Kakouris I., Rustem B. (2014). Robust portfolio optimization with copulas, *European Journal of Operational Research*, 235, 28–37.
- Kenourgios D., Samitas A., Paltalidis N. (2009). Financial market dynamics in an Enlarged European Union. *Journal of Economic Integration*, 24 (2), 197–221.
- Lageras N. A. (2010). Copulas for Markovian dependence. *Bernoulli*, 16 (2), 331–342.
- Markowitz H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7 (1), 77–91.
- Mendes B. V. (2005). Computing conditional VaR using time-varying copulas. *Revista Brasileira de Finanças*, 3 (2), 251–265.
- Mesfioui M., Quessy J. F. (2008). Dependence structure of conditional Archimedean copulas. *Journal of Multivariate Analysis*, 99, 372–385.
- Nelsen R. B. (2006). *An introduction to copulas*. 2nd Edition. New York, Springer Science and Business.
- Ning C. (2009). Extreme dependence in international stock markets. *Working Paper*, Ryerson University. <http://economics.ryerson.ca/workingpapers/wp008.pdf>.
- Ortobelli S., Biglova A., Rachev T., Stoyanov S. (2012). Portfolio selection based on a simulated copula. *Working Paper*, School of Economics and Business Engineering University of Karlsruhe and KIT.
- Patton A. J. (2006a). Modeling asymmetric exchange rate dependence. *International Economic Review*, 47 (2), 527–556.
- Patton A. J. (2006b). Estimation of multivariate models for time series of possibly different lengths. *Journal of Applied Econometrics*, 21 (2), 147–173.
- Philippas D., Siriopoulos C. (2013). Putting the «C» into crisis: Contagion, correlations and copulas on EMU bond markets. *International Financial Markets, Institutions and Money*, 27, 161–176.
- Righi M. B., Ceretta P. S. (2013). Estimating non-linear serial and cross-interdependence between financial assets. *Journal of Banking & Finance*, 37, 837–846.
- Rockafellar R. T., Uryasev S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2 (3), 21–41.
- Rockafellar R. T., Uryasev S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of Banking and Finance*, 26 (7), 1443–1471.
- Sklar A. (1959). Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris*, 8, 229–231.
- Trivedi P. K., Zimmer D. M. (2005). Copula modeling: Introduction for practitioners. *Foundation and Trends in Econometrics*, 1 (1), 1–111.

Received 04.07.2015; accepted 05.12.2015.